



ISSN 0378-7702

INSTITUTO DEL MAR DEL PERU

# INFORME N° 87

MANUALES DE EVALUACION DE PECES

N° 2

Análisis de cohortes

Marco Espino

Claudia Wosnitza-Mendo

Publicación N° 18 de PROCOPA  
pagada por la Agencia Alemana  
de Cooperación Técnica (GTZ)

CALLAO-PERU 1984

## CONTENIDO

	<u>Pág.</u>
INTRODUCCION .....	5
DATOS NECESARIOS REQUIRIDOS .....	6
VALORES A OBTENERSE .....	8
DESARROLLO DEL ANALISIS .....	8
APLICACION DE LOS RESULTADOS DEL ANALISIS DE COHORTES .....	13
1. <u>Predicción de captura</u> .....	13
2. <u>Relación stock-reclutamiento con ayuda del análisis de cohortes</u> .....	15
3. <u>Rendimiento por recluta</u> .....	16
BIBLIOGRAFIA .....	19
ANEXO. I .....	21

\*\*\*\*\*

## INTRODUCCION

La estimación del tamaño de una población depende de la supervivencia calculada en base a las capturas obtenidas por las diferentes actividades pesqueras. En los modelos de Schaefer, Fox y otros basados en captura por unidad de esfuerzo o, aquellos que incluyen estimaciones de mortalidad total o por pesca basados también en captura por unidad de esfuerzo, existe el gran problema de la obtención de valores de esfuerzo de pesca. Lo cual hace imperiosa la necesidad del uso de métodos independientes a este parámetro y que permitan un acercamiento al tamaño del stock y obtención de valores de mortalidad por pesca que reflejan lo mejor posible la actividad pesquera sobre una población de peces.

Es así que Fry (1957), Jones (1961, 1982), Murphy (1965), Gulland (1965), Tomlinson (1970), Pope (1972), Pauly (en prep.) y otros plantean el uso del análisis de población virtual o análisis de cohortes para obtener el tamaño del stock y valores de mortalidad por pesca por edades y diferentes años, en base a datos de capturas a diferentes edades. Se parte de que la suma de capturas dentro de una clase anual desde su reclutamiento hasta su extinción equivale a la población mínima de esa clase, o población virtual de la misma.

Este método es aplicable a stocks con distribución de edades medianamente largas y muy útil cuando faltan medidas de densidad del stock y cuando los peces viven muchos años en la pesquería.

## DATOS NECESARIOS REQUERIDOS

1. Definiendo la población virtual de una clase anual como la suma de las capturas de la misma desde su reclutamiento hasta su extinción, ( $VP_i = \sum_{i=1}^n C_i$ ), es requisito indispensable la obtención previa de una tabla de desembarque por edades a lo largo de una serie de años.

Tabla 1. Capturas en números (C) para cada grupo de edad en diferentes años (resulta de la clave edad/longitud).

sño de pesca grupo de edad	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977/78
0	0	0	0	0	0		
I	67	39	34	35			
II	270	139	50	43			
III				52			
.							
.							
VI +							

cohorte

2. Teniendo las capturas como datos para estimar la tasa instantánea de la mortalidad por pesca, es imprescindible la estimación de la tasa instantánea de mortalidad natural (M) para así tener un conocimiento de cuál es la pérdida por efectos naturales. Esta estimación puede hacerse usando la ecuación de Pauly (1980) que se basa en parámetros de crecimiento, o en base a marcaciones u otros métodos. Este valor se mantiene constante durante el proceso.

3. El análisis requiere de la introducción de una estimación de una tasa instantánea de mortalidad por pesca terminal ( $F_{i+1}$  ó  $F$  terminal). Este puede ser asumido arbitrariamente o en base a pruebas sucesivas hechas previamente.

Si no se han hecho determinaciones de grupos de edad durante el tiempo en cuestión, es posible hacer determinaciones de grupos de edad relativa en base a composición por longitudes y parámetros de crecimiento y con estos valores hacer el análisis de cohortes como si se tratara de una distribución por edades en base a claves edad-longitud (Pauly, en prep.). Si esto último no fuera posible, se podrá desarrollar un análisis de cohortes en base a distribución de frecuencia de longitudes (Jones, 1982; Pauly, en prep.).

La siguiente tabla demuestra algunas propiedades de 4 métodos que hacen un análisis de datos de capturas sucesivas (según Pauly, comunicación personal).

Tabla 2.

Solución datos necesarios	iterativo pero preciso	directo pero solamente aproximado
captura por edades	MURPHY (1965) GULLAND (1965)	POPE (análisis de cohortes) (1972)
captura por longitudes	PAULY (análisis de cohortes por longitudes) (en prep.)	JONES (análisis de cohortes por longitudes) (1974, 1982)

Las flechas indican la sucesión histórica.

Nosotros trataremos los métodos de Gulland y de Pope, que emplean datos de captura por edades e introducimos el método de Jones por longitudes.

## VALORES A OBTENERSE

Para cada grupo de edades, reales o relativas (o distribución por longitudes), los valores calculados serán:

1. El número de individuos por edades o por clases de longitud, desde el reclutamiento hasta su desaparición en la pesquería, cuya sumatoria proporcionará el stock de peces en cada uno de los años a analizarse (N).
2. Estimaciones de tasa instantánea de mortalidad por pesca (F) para cada grupo de edad o grupo de longitudes en cada año.

## DESARROLLO DEL ANALISIS

Advirtiéndolo que en la práctica el proceso es menos complicado de lo que parece, pasamos a explicar.

Cálculo de la población en número (N) y de la mortalidad por pesca (F):  
Examinaremos ahora dos diferentes métodos para el cálculo de N y F en base a capturas por grupos de edades.

1. El método de Gulland (1965) se basa en las siguientes ecuaciones:

$$N_{i+1} = N_i \cdot e^{-(F_i + M)} \quad (1)$$

$$C_i = N_i \frac{F_i (1 - e^{-(F_i + M)})}{F_i + M} \quad (2)$$

$C_i$  = captura del grupo de edad anterior a  $i + 1$

$N_i$  = número del grupo de edad anterior a  $i + 1$

De esto resulta:

$$r_i = \frac{N_{i+1}}{C_i} = \frac{(F_i + M) e^{-(F_i + M)}}{F_i (1 - e^{-(F_i + M)})} \quad (3)$$

Para poder empezar el cálculo se tiene que saber la población en número del grupo de edad más viejo de todos ( $N_{i+1}$ ). Esto se logra introduciendo un valor estimado de la mortalidad por pesca de este grupo de edad ( $F_{i+1}$ ) en la ecuación (2a). Si la captura en número del grupo de edad mayor es conocida, entonces tendremos que:

$$C_{i+1} = N_{i+1} \frac{F_{i+1}}{F_{i+1} + M}$$

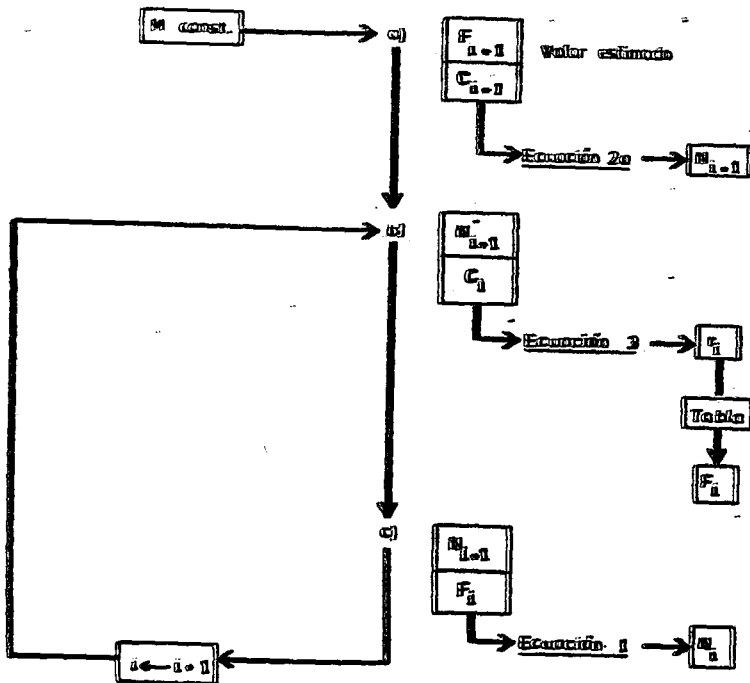
luego:

$$N_{i+1} = \frac{C_{i+1}}{F_{i+1} / (F_{i+1} + M)} \quad (2a)$$

Para este método hay la necesidad del uso de tablas que para ~~cada~~  $r_i$  calculada dan un valor de  $F$  (con  $M$  constante) (Schuhmacher, 1977) o se obtienen las mismas de la solución iterativa de la ecuación (3).

Esquemáticamente el proceso se realiza de la siguiente manera:  
(ver la siguiente página)

Esquema 1.



El resultado se pone en forma de una matriz de  $N$  y una de  $F$  ("trial run") ("iteración de prueba") que corresponde a las diferentes edades y años analizados y que se basa en valores estimados de  $F$  ("F terminal"). La matriz de los  $F$  también se denomina "exploitation pattern" (patrón de explotación); de esto, haciendo promedios de  $F$  de diferentes años en cada grupo de edad, se determina nuevos valores de  $F$  con quienes se calcula el "Final run" ("iteración final"), obteniéndose las matrices corregidas.

2. El método de Pope no usa tablas. Se basa en una aproximación matemática que conduce a una simplificación considerable de los cálculos. Según Pope (1972), su método es suficientemente exacto para va-



lores de  $M$  hasta 0.3 y para valores de  $F$  hasta 1.2. Las siguientes ecuaciones describen este método:

$$N_i = C_i e^{0.5M} + N_{i+1} e^M \quad (4)$$

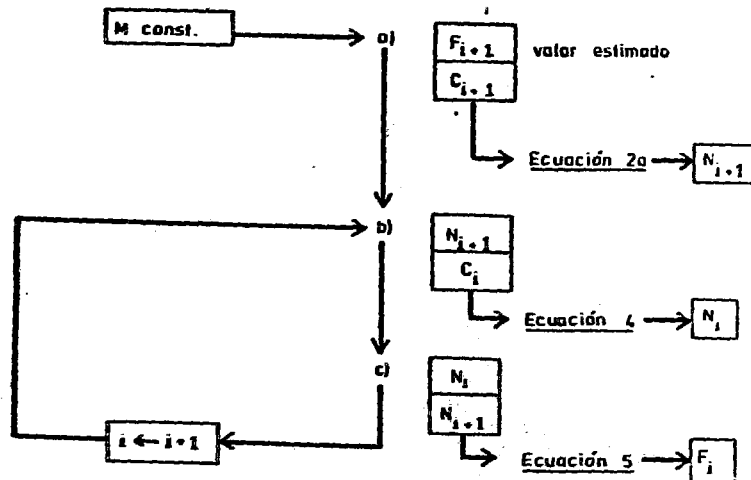
o igualmente:

$$N_i = (C_i + N_{i+1} e^{M/2}) e^{M/2}$$

$$F_i = \ln \left( \frac{N_i}{N_{i+1}} \right) - M \quad (5)$$

$N_{i+1}$  se determina como en el método de Gulland con un valor estimado de  $F_{i+1}$  con la ecuación (2a). El error para la solución aproximada de  $N_i$  es menos de 4% si  $M \leq 0.3$  y  $F \leq 1.2$ .

Esquema 2.



Se facilita estos cálculos usando una calculadora programable como por ejemplo la Texas Instrument TI-58 para el que se presenta (como

ejemplo) un programa en el Anexo I.

3. El método de Jones por longitudes se basa en lo siguiente:  
La ecuación (4) puede ser reemplazada por:

$$N_t = N_{t+\Delta t} e^{M\Delta t} + C_t e^{M\Delta t/2} \quad (4a)$$

donde:  $\Delta t$  se refiere al tiempo requerido para crecer desde el principio hasta el final del intervalo de tamaño. La ecuación puede ser usada siempre que sea posible estimar el tiempo requerido para crecer del inicio hasta el final del intervalo de tamaño. Algunas modificaciones de la ecuación de crecimiento de v. Bertalanffy conduce a la siguiente expresión:

$$N_1 = (N_2 X_L + C_{1,2}) X_L$$

donde  $C_{1,2}$  es el número de peces capturados durante un año con tallas entre  $L_1$  y  $L_2$  cm y  $X_L$  está dado por:

$$X_L = (L_\infty - L_1) / (L_\infty - L_2)^{M/2K}$$

$N_1$  y  $N_2$  representan los números en el mar con tallas  $L_1$  y  $L_2$  respectivamente. Esta ecuación es una función de  $L_\infty$ ,  $M$  y  $K$ . De forma más simple, dado que  $M$  y  $K$  aparecen como proporción  $M/K$ , la ecuación en esta forma es una función de las variables  $L_\infty$  y  $M/K$ .

El método de Jones determina igualmente valores para el tamaño de la población ( $N$ ) y la tasa de mortalidad por pesca ( $F$ ). Para mayor detalle véase el Manual (Jones, 1982).

## APLICACION DE LOS RESULTADOS DEL ANALISIS DE COHORTES

### 1. Predicción de captura.

Basándose en los datos de captura (C) de cada grupo de edad en un año de partida y de la mortalidad por pesca (F) correspondiente y la población en número (N) de cada grupo de edad, puede hacerse una predicción de las futuras capturas.

Para ésto se usan las fórmulas que a continuación se detallan (donde  $i$  indica el grupo de edad):

$$C_i = N_i \frac{F_i (1 - e^{-(F_i + M)})}{F_i + M}$$

$$N_i = C_i \frac{F_i + M}{F_i (1 - e^{-(F_i + M)})} \quad (6)$$

$$N_{i+1} = N_i \cdot e^{-(F+M)} \quad (1)$$

para grupos de edades (+): (grupos de edad (+) significa la reunión de varias edades que están poco representadas individualmente):

$$N_{n(+)} = C_{n(+)} \frac{(F+M)}{F_{n(+)}} \quad (6a)$$

y

$$N_{i+1} = N_i e^{-(F+M)} \quad (1)$$

Con la ecuación (6) se estima en base a la captura del año de partida y con la ayuda de los nuevos F para cada grupo de edad un número poblacional (N) del año  $i$ . Habiéndose obtenido diferentes F en cada

grupo de edad para las diferentes clases anuales, hay que tomar un valor promedio de los  $F$  de los últimos años, dejando de lado los valores de los grupos de edades mayores porque el error es más grande debido a que según el proceso de estimación se va precisando hacia atrás o sea, hacia edades menores. El ICES (CIEM) en algunos casos usa este método del promedio para la determinación del  $F$  que entra en la predicción de captura y en otros usa otro método en el cual hace  $F=1$  a partir del grupo de edad totalmente reclutada y a los otros grupos menores en relación a éste como fracción de 1, estableciéndose así el patrón de reclutamiento parcial. También el ICSEAF usa el último método.

Después se obtiene de la ecuación (1) y de la población en número calculada anteriormente, el número poblacional del próximo grupo de edad en el próximo año; de este número poblacional pronosticado y del  $F$  correspondiente a este grupo de edad, se obtiene la predicción de captura del próximo año usando la ecuación (2).

Si es conocido el peso promedio del pez en cada grupo de edad, se puede determinar el peso total de la captura pronosticada por multiplicación con los números pronosticados. Se puede corregir el resultado de esta predicción usando la relación entre la captura obtenida en base a los valores de lo calculado por cohortes y la captura real observada usando para éste los datos de todos los años procesados. Se conoce la captura realmente desembarcada en toneladas. De nuestra Tabla (Tabla 3) calculamos la captura esperada en toneladas: stock del año de partida multiplicado por  $\bar{W}$ .

Ahora hay que relacionar estos valores:

$$x = \frac{\text{captura realmente desemb. en el año de partida} \times \text{capt. esp. en año próx.}}{\text{captura esperada en el año de partida}}$$

X es entonces la captura que realmente se puede esperar o desembarcar en el próximo año.

Esta captura se llama T.A.C. (=total allowable catch) (= captura total permisible). Para simplificar se puede descomponer las ecuaciones y usar el siguiente esquema:

Tabla 3.

COLUMNA GRUPO DE EDAD	1 F	2 $e^{-Z}$	3 $\frac{F(1 - e^{-Z})}{Z}$	4 cap. año partida	5 Stock partida	6 Stock año siguiente	7 Cap. año siguiente	8 $\bar{W}$	9 $\bar{W} \times 7$
0	→	→	→						
I									
II									
III									
.									
.									

Diagrama de flujo de la Tabla 3:

- Una flecha horizontal va de la columna 4 a la columna 5.
- Una flecha horizontal va de la columna 5 a la columna 6.
- Una flecha horizontal va de la columna 6 a la columna 7.
- Una flecha horizontal va de la columna 7 a la columna 8.
- Una flecha horizontal va de la columna 8 a la columna 9.
- Una flecha diagonal va de la columna 4 a la columna 6, etiquetada como (4/3).
- Una flecha diagonal va de la columna 5 a la columna 7, etiquetada como (5 x 2).
- Una flecha diagonal va de la columna 6 a la columna 8, etiquetada como (6 x 3).

Para extender la predicción de captura para años adicionales hay que repetir los pasos de las columnas 6 y 7 y tomar como año de partida el año pronosticado anteriormente. Pero hay que tomar en cuenta otra vez que los cálculos hechos similarmente a la columna 6 valen siempre para el próximo grupo de edad del próximo año.

2. Relación stock-reclutamiento con ayuda del análisis de cohortes.

También la determinación de la relación entre padres y reclutas que normalmente es muy laboriosa puede hacerse en base al análisis de cohortes.

Se toma la ecuación de Ricker (1954):

$$R = \alpha P e^{-\beta P}$$

$\alpha$  = coeficiente de la mortalidad independiente de la densidad.

$\beta$  = coeficiente de la mortalidad dependiente de la densidad.

Como número de reclutas (R) se toma el número de los individuos de los grupos de edades más jóvenes (0 y I, I, o II), que cada año están presentes en el stock como  $N_i$ . P es el peso total o número total de la población (menos los reclutas) en cada año.

La transformación de la ecuación de Ricker en una ecuación lineal da:

$$\ln \frac{R}{P} = \ln a - \beta P$$

$$Y = a - bX$$

De esto fácilmente puede calcularse  $\ln Y$  con un análisis de regresión y describir la curva de Ricker.

### 3. Rendimiento por recluta.

El procesamiento para los cálculos del rendimiento por recluta se facilita con el siguiente esquema.

Tabla 4.

GRUPO DE EDAD	1 $\frac{C}{F}$	2 $\bar{F} \times X - F_i$	3 N con (1) *	4 $\bar{W}$ peso ind.	5 $W_n - N \times \bar{W}$	6 $C_i$ con (2) **	7 $\frac{W_n}{C \times \bar{W}}$
0		$F_{10}$ →	R →	→	→	→	→
I		$F_{11}$ ←	$N_{11}$ →	→	→	→	→
II		$F_{12}$ ←	$N_{12}$ →	→	→	→	→
III		$F_{13}$ ←	$N_{13}$ →	→	→	→	→

\* grupos de edad (+) con:

$$N_n(+)= N_i \cdot e^{-(F_i + M)} \frac{1}{1 - e^{-(F_i + M)}}$$

!  $W_n = Y$

\*\* grupos de edad (+) con:

$$C_n(+)= N_n(+)\frac{F_n(+)}{F_n(+)+M}$$

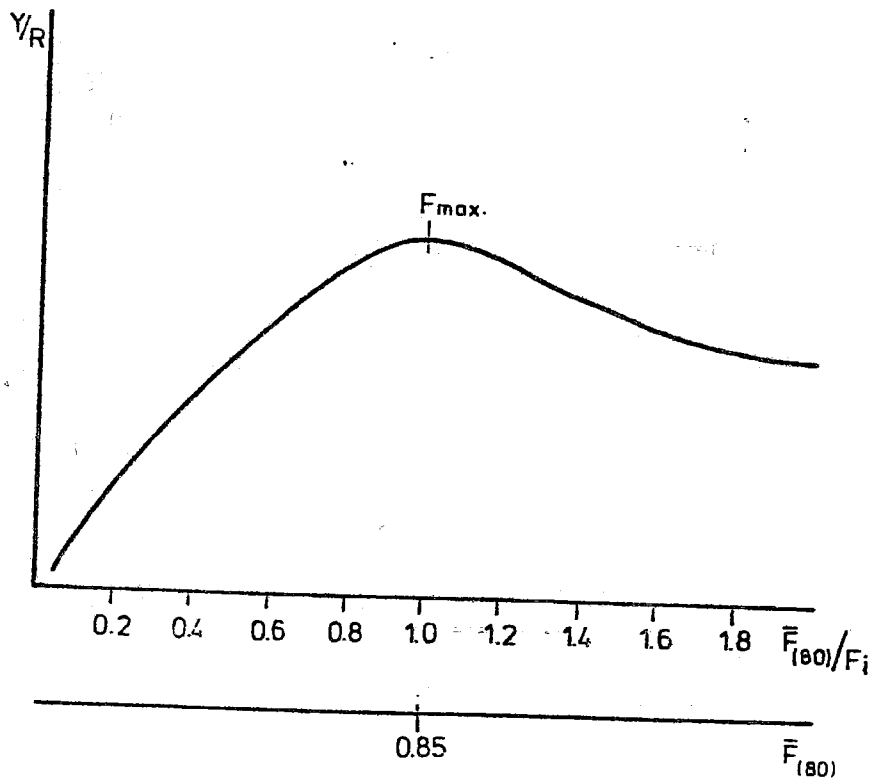
(6b)

X = p.ej.: 0.3; 0.4; 0.5; 0.7; 1.0; 1.3; 1.6; 1.8; etc. es el índice relativo de explotación.

Si tenemos los valores de  $F$  promedios por edades, los multiplicamos por  $X$  según la columna 2. En la columna 3 se tiene el número de individuos reclutados (grupo de edad 0 o I o II según datos existentes y especie de peces) que se han usado en la relación stock-reclutamiento (\*). El ICES (CIEM) suprime los valores extremos (muy altos o muy bajos de reclutas). Los valores sucesivos de  $N(3)$  a partir del reclutamiento se calcula usando la ecuación (1) y como el valor de  $F_i$  para este caso, se usa el del grupo de edad próximo.  $F_i$  es la fracción de  $\bar{F}$  que resulta del "exploitation pattern" y puede ser el  $F$  del último año o un  $F$  promedio de varios años.

Por multiplicación con el peso promedio individual (4) obtenemos en la columna 5 el peso total del stock. La suma de los pesos de los peces por encima del tamaño mínimo de madurez de la "Spawning Stock Biomass" (SSB) = la biomasa del stock desovante. Con la ecuación (2) se calcula  $C_i$  de la columna 6. El grupo de edad (+) se obtiene con la ecuación (6b). El producto de  $C$  con  $\bar{W}$  ind. aparece en la columna 7, cuya suma da el rendimiento ( $Y$ ). Por división de esta suma entre el número promedio de reclutas se obtiene  $Y/R$  para  $F=1$  y sus fracciones repitiendo el proceso para los  $F$  fraccionales, con lo que se traza el siguiente gráfico (ver la siguiente página).

(\*) Estos pueden ser los números promedios de reclutas de los últimos años o de todos los años, según se observa la tendencia de los reclutamientos.



En el gráfico se ve en qué relación está el  $F$  promedio actual con el  $F$  máximo y según esto se puede hacer recomendaciones para el manejo del stock.



## BIBLIOGRAFIA

- FRY, F.E.J. 1957. Assessment of mortalities by the use of the virtual population. US Paper p 15. ICNAF, ICES, FAO, Lisbon, Meeting, May, 1957.
- GULLAND, J.A. 1965. Estimation of mortality rates. Annex to Report Arctic Fish. Working Group, Int.Counc.Explor.Sea, C.M. 1965 (3):9 p.
- JONES, R. 1961. The assessment of the long-term effects of changes in gear selectivity and fishing effort. Mar.Res. (2): 19 p. 1961.
- \_\_\_\_\_ 1982. El uso de datos de composición por tallas en la evaluación de poblaciones de peces (con notas sobre VPA y análisis de cohortes). FAO, Circulares de Pesca N° 734. 61 p.
- MURPHY, G.I. 1965. A solution of the catch equation. J.Fish.Res. Board Can. 9:450-491.
- POPE, J.G. 1972. An investigation of the accuracy of virtual population analysis using cohort analysis. Int.Comm.Northwest Atl.Fish.Res.Bull. 9:65-74.
- RICKER, W.E. 1954. Stock and recruitment. J.Fish.Res.Bd.Can. 11 (5):559-623.
- SCHUMACHER, A. 1970. Bestimmung der fischereilichen Sterblichkeit beim Kabeljaubestand vor West-Groenland. Ber.Dtsch.Wiss. Komm.Meeresforsch. 21:248-259.
- TOMLINSON, P.K. 1970. A generalization of the Murphy catch equation. J.Fish.Res.Board Can. 27:821-825.

ANEXO I

**58/59** USER INSTRUCTIONS ~ BENUTZER INSTRUKTIONEN ~ MODE D'EMPLOI

TITLE / TITEL / TITRE \_\_\_\_\_ PAGE / SEITE / PAGE \_\_\_\_\_ OF / VON / DE \_\_\_\_\_

←A←				

←B←				

STEP SCHRITT SEQUENCE	PROCEDURE PROZEDUR PROCEDURE	ENTER EINGABE INTRODUIRE	PRESS BEFEHL APPUYER SUR	DISPLAY ANZEIGE AFFICHAGE
1	Introducir Nc01	Nc01	STO 03 y STO 04	
2	" e <sup>M/2</sup>	e <sup>M/2</sup>	STO 00	
3	" M	M	STO 02	
4	Introducir C01	C01	RST R/S	Nr
			R/S	Fc
			R/S	Nc
			R/S	Ca/Co
			* R/S	Nc (Nc01)
<p>Nota: El Nc01 se calcula con la ecuación de                      intra Ni01 = Ci01  <math display="block">F_{i01} / (F_{i01} + M)</math>                      o'  <math display="block">N_{i01} = C_{i01} \cdot F_{i01} \cdot (1 - e^{-(F_{i01} + M)}) / (F_{i01} + M)</math></p>				
<p>* El Nc al final para el Nc01 para el siguiente proceso, para el cual sólo sería necesaria introducir la siguiente captura y presionar R/S sucesivamente.</p>				

# TI 58/59

## CODING FORM - KODIFORM - FEUILLE DE PROGRAMMATION

MODEL / MODELE / MODELLO *funcion de calcul*

PAGE / PAGES / PAGI

OF / NON / DI

PROGRAMMER / PROGRAMMIERE / PROGRAMMISTEN

DATE / DATUM / DATE

Loc. Adr.	Code	Key	Comments	Loc. Adr.	Code	Key	Comments	Loc. Adr.	Code	Key	Comments	Label
Adr.	Code	Taste	Bemerkungen	Adr.	Code	Taste	Bemerkungen	Adr.	Code	Taste	Bemerkungen	Label
Adr.	Code	Taste	Commentaires	Adr.	Code	Taste	Commentaires	Adr.	Code	Taste	Commentaires	Label
117	STO 01					1						A
		+				=						B
		C		117		*/-						C
	RCL 01					X						D
		X				RCL 05		117				E
117	RCL 00					=						1A
		=				RCL 03						1B
		)		117		=						1C
		X				X						1D
	RCL 00					RCL 01		117				1E
117		=				=						Registers Register Adressen
	STO 01					=						100
	R/S			117		RCL 06						101
	RCL 0V					=						102
		=				R/S		117				103
117	RCL 01					X						104
		=				RCL 07						105
	117 X			117		=						106
		*/-				*/-						107
	STO 02					R/S		117				108
117		-				RCL 01						109
	RCL 02					STO 04						110
		=		117		R/S						111
	STO 03											112
	R/S							117				113
117	RCL 01											114
		-										115
	RCL 01			117								116
		=										117
		=						117				118
117	RCL 03											119
		=										120
	STO 01			117								121
	R/S											122
	RCL 03							117				123
117		*/-										124
	117 L2											125
		-										126

TEXAS INSTRUMENTS

Ejemplo:

$C_i$	$N_i$	$F_i$	$\bar{N}_i$	Ce/Co	$P \times \bar{N}_i$	$N_i$
900	14099	0.08	11746	1.01	11813	14099
1848	9671	0.25	7435	1.01	7510	9671
2010	5574	0.54	3766	1.02	3831	5574
950	2399	0.62	1571	1.02	1601	2399
400	960	0.66	616	1.02	629	960
160	367	0.71	231	1.02	236	367
78	134	1.13	71	1.03	73.4	134
20	32	0.5 *				

$$M = 0.3$$

$$F_{i+1} = 0.5 * (\text{valor estimado})$$